

FORECASTING TIME SERIES WITH COMPLEX BEHAVIOR USING THE GENERALIZED TRIGONOMETRICAL MODEL WITH RANDOM PARAMETERS

Yanina Goncharenko^{1,2}, Viktoriia Huk^{1,3}

ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВИХ РЯДІВ З СКЛАДНОЮ ПОВЕДІНКОЮ ЗА ДОПОМОГОЮ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ТРИГОНОМЕТРИЧНОЇ МОДЕЛІ З ВИПАДКОВИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Яніна Гончаренко, Вікторія Гук

Abstract. The possibility of using different methods of modeling the time series of quarterly GDP values of Ukraine, in particular, autocorrelation models with different sets of parameters, was investigated. For this reason, 16 models were built and their quality was tested. The $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$ model was studied and used to forecast the values of the time series, and the predictive accuracy was estimated. A generalized trigonometric model with random components has been developed for modeling a series of first differences taking into account random perturbations. The obtained model was applied to the analysis of Ukraine's GDP indicators, forecasting was performed according to two scenarios: the pessimistic and the most expected, and the forecasting results were compared with empirical data. It is shown that this model can be effectively used for modeling and forecasting some time series with random disturbances.

Keywords: forecasting time series, time series stationarity, ARIMA and SARIMA models, trigonometric models, simulation modeling

Анотація. Досліджено можливості застосування різних методів моделювання часового ряду щоквартальних значень ВВП України, зокрема автокореляційні моделі з різними наборами параметрів. Для цього побудовано та протестовано якість 16 моделей. Досліджено модель $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$ та використано її для прогнозування значень часового ряду, оцінено точність прогнозу. Розроблено узагальнену тригонометричну модель з випадковими компонентами для моделювання ряду перших різниць з врахуванням випадкових збурень. Отриману модель застосовано до аналізу показників ВВП України, виконано прогнозування за двома сценаріями: песимістичним та найбільш очікуваним, порівняно результати прогнозування з емпіричними даними. Показано, що дана модель може ефективно використовуватись для моделювання та прогнозування деяких часових рядів з випадковими збуреннями.

Ключові слова: прогнозування часових рядів, стаціонарність часового ряду, ARIMA та SARIMA моделі, тригонометричні моделі, імітаційне моделювання

¹ Dragomanov Ukrainian State University, Kyiv, Ukraine

² ya.v.honcharenko@udu.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0009-2541-7631>

³ 18fmf.v.huk@std.npu.edu.ua, <https://orcid.org/0009-0009-2356-3862>

Вступ

У сучасному світі можливість аналізувати та прогнозувати майбутні події на основі історичних даних є актуальною темою. Моделювання та прогнозування часових рядів є важливим інструментом у багатьох сферах, включаючи економіку, фінанси, екологію, медицину, інженерію та багато інших. Ефективні методи моделювання та прогнозування дозволяють не тільки виявляти закономірності у поведінці даних, але й робити обґрунтовані прогнози, що є визначальним фактором для планування, ризик-менеджменту та стратегічного управління.

З практичної точки зору, вміння точно прогнозувати майбутні події може значно знизити витрати та підвищити ефективність управління ресурсами. Наприклад, у фінансовому секторі прогнозування фінансових індикаторів допомагає у формуванні інвестиційних стратегій та мінімізації ризиків. В економіці прогнозування таких макроекономічних величин як ВВП допомагає уряду розробляти ефективні рішення, а також адаптуватись до економічних криз. В контексті України, яка переживає значні соціально-економічні зміни, здатність адекватно оцінити та передбачити динаміку ВВП стає особливо актуальною.

Методи аналізу та прогнозування часових рядів на сьогодні є провідними в практичних застосуваннях, оскільки мають розвинений математичний апарат і численні програмні реалізації. В той же час проблема математичного моделювання часових рядів з складною поведінкою — відсутністю тренду, наявністю випадкових збурень, є актуальною і продовжує активно досліджуватись.

Огляд останніх джерел досліджень і публікацій

Дослідженням математичних моделей і методів прогнозування часових рядів присвячена велика кількість публікацій. Так, в статті [1] представлені результати прогнозування державного боргу України за допомогою ARIMA моделі. Також проводяться активні дослідження в галузі вивчення динаміки курсів обміну валют та цін в машинобудівному секторі України з застосуванням ARIMA моделі для прогнозування часових рядів [2]. В роботі [3] автори за допомогою різноманітних моделей часових рядів прогнозують динаміку торгового балансу України та країн ЄС.

На сьогодні науковці та розробники програмного забезпечення постійно прагнуть покращити існуючі технології та створити нові алгоритми, які можуть краще адаптуватися до специфічних умов та даних часових рядів. Інтеграція машинного навчання, штучного інтелекту та глибинного навчання відкривають нові можливості для розвитку точніших та адаптивних методів прогнозування.

Мета статті: побудувати, дослідити властивості та застосувати для прогнозування різні математичні моделі аналізу часового ряду — щоквартальних показників ВВП України. Розробити узагальнену тригонометричну модель з випадковими параметрами, дослідити її властивості та обґрунтувати адекватність.

Основний матеріал і результати

Для дослідження було обрано щоквартальні дані ВВП України за 2002–2022 роки [4] — рис. 1.

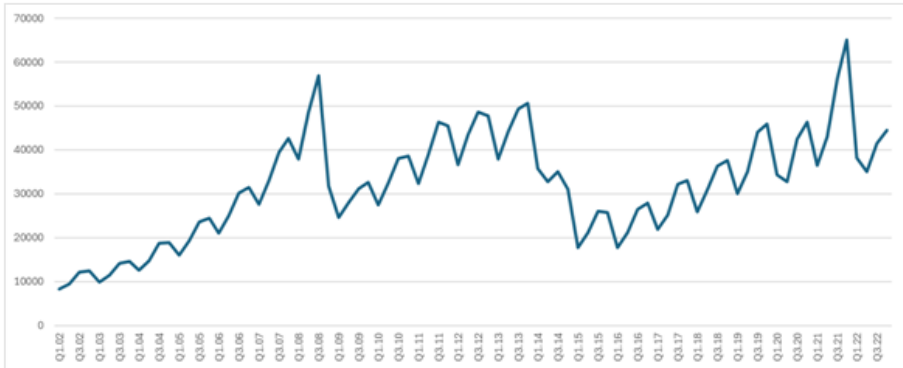


Рис. 1. Графік щоквартальних значень ВВП України за 2002–2022 рр. (млн дол. США).

Дослідження на стаціонарність, наявність тренду, періодичність

Сформулювати гіпотезу щодо стаціонарності ряду можна на основі візуального аналізу графіку. Бачимо, що значення часового ряду зростають, ряд має тренд, тому можемо зробити припущення про нестаціонарність часового ряду щоквартальних даних ВВП України за 2002–2022 рр.

Більш точну інформацію про поведінку ряду дають значення автокореляційної функції для щоквартальних даних ряду ВВП України (рис. 2). Функцію автокореляції визначатимемо наступним чином:

$$ACF(\tau) = \frac{\text{cov}(x_t, x_{t-\tau})}{\text{var}(x_t)}, \text{ де } \tau \text{ — часовий лаг,}$$

а функцію часткової автокореляції $PACF(\tau)$ як оцінку, отриману методом найменших квадратів коефіцієнта β_τ в авторегресійному рівнянні виду:

$$x_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^{\tau} \beta_i x_{t-i} + e_t.$$

Обчислення проводились за допомогою програмного засобу *EViews*. На рис. 2 бачимо, що автокореляція та часткова автокореляція з різними лагами мають достатньо великі значення (більші за 0,5), що також додатково свідчить про нестаціонарність досліджуваного часового ряду. Наявність високих значень автокореляції свідчить про наявність тренду та сезонності у початкових даних.

Використовуючи тест Дікі-Фуллера [6] та програмний застосунок *EViews*, перевіримо гіпотезу про нестаціонарність ряду [5] (рис. 3).

Як бачимо, абсолютна величина розрахункового значення t -статистики МакКінона менша за абсолютні величини критичного значення при 1%, 5% та 10% рівнях значущості. Крім того, ймовірність тесту більша за 10%.

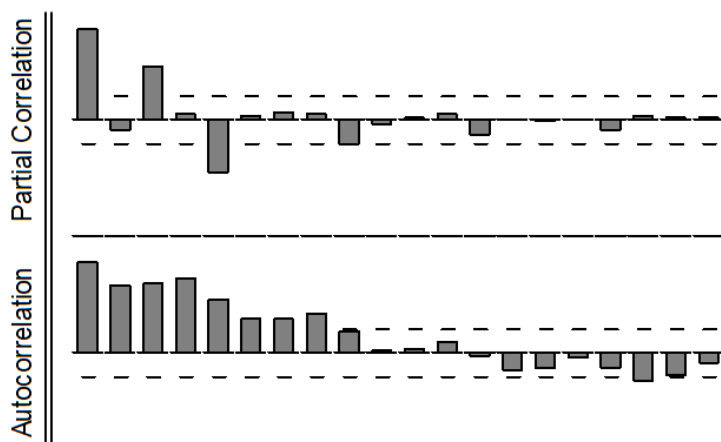


Рис. 2. Корелограма часового ряду ВВП України.

Null Hypothesis: GDP has a unit root
 Exogenous: Constant, Linear Trend
 Lag Length: 8 (Automatic - based on AIC, maxlag=11)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2.702716	0.2387
Test critical values: 1% level	-4.085092	
5% level	-3.470851	
10% level	-3.162458	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Рис. 3. Тест Дікі-Фулера для часового ряду ВВП України.

Отже, ми не можемо відкинути нульову гіпотезу щодо наявності одиничного кореня в часовому ряді, оскільки мінімальна ймовірність того, що ряд має одиничний корінь і не є стаціонарним, становить близько 0,24.

Найпоширенішим методом перетворення ряду на стаціонарний є так зване диференціювання ряду, яке в нашому випадку полягає в переході до ряду перших різниць: $\Delta x_t = x_t - x_{t-1}$.

Перейдемо до перших різниць ряду і перевіримо отриманий ряд на стаціонарність за допомогою тесту Дікі-Фулера. Отримуємо, що часовий ряд щоквартальних даних в перших різницях є стаціонарним з рівнем значущості не більшим 0,001. Крім того, проаналізувавши *ACF*- та *PACF*-функції ряду перших різниць (рис. 4), можна зробити висновок про сезонність з лагом 4.

Моделювання часового ряду. Порівняння якості моделей

Використаємо програмний застосунок *Statgraphics19* для побудови та аналізу деяких характеристик моделей. В дослідження визначались значення наступних характеристик моделей:

RMSE — середньоквадратична похибка;

MAE — середня абсолютна похибка;

MAPE — середня відносна похибка прогнозу;

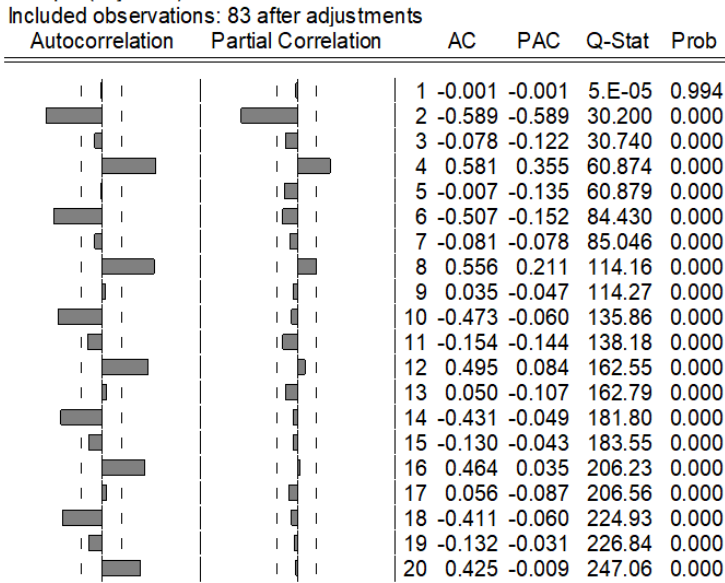


Рис. 4. ACF- та PACF-функції ряду перших різниць.

ME — абсолютний показник зміщення прогнозу;

MPE — середня відсоткова похибка прогнозу;

AIC — значення критерію Акаїке;

RUNS (Test for excessive runs up and down) — тест на надмірну кількість локальних максимумів та мінімумів.

RUNM (Test for excessive runs above and below median) — тест на перевірку надмірної кількості відхилень від медіани.

AUTO (Box-Pierce test for excessive autocorrelation) — тест на надмірну автокореляцію, який розраховується за допомогою критерію Льюнга-Бокса.

MEAN (Test for difference in mean 1st half to 2nd half) — тест для виявлення тенденції середнього значення.

VAR (Test for difference in variance 1st half to 2nd half) — тест на перевірку різниць двох дисперсій.

Отримані результати наведені в таблиці 1.

На основі проведеного аналізу можна зродити висновок, що найкращою моделлю є $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$, оскільки проходить всі тести і має найменше значення інформаційного критерію Акаїке (*AIC*), тобто відносна кількість інформації, яку не враховує дана модель, є найменшою серед усіх розглянутих моделей. Дану модель також було перевірено на адекватність трьома тестами на залишки, зокрема тестом Льюнга-Бокса. Оскільки модель проходить всі тести, то робимо висновок про адекватність моделі.

Таблиця 1. Результати моделювання часового ряду ВВП України.

Модель	RMSE	MAE	MAPE	ME	MPE	AIC	RUNS	RUNM	AUTO	MEAN	VAR
Випадкове блукання	6991,4	5281,1	17,13	435,55	-0,09	17,70	**	ОК	***	ОК	ОК
Лінійний тренд $= 19995,3 + 278,424t$	10086,3	8087,0	31,3	0	-13,14	18,49	**	ОК	***	ОК	ОК
Просте ковзне середнє	7918,4	6147,6	19,49	629,24	-0,33	17,98	***	***	***	**	ОК
Просте експоненційне згладжування з $\alpha = 0,6242$	6952,2	5422,4	17,37	646,86	0,10	17,71	***	***	***	ОК	ОК
Метод Брауна з $\alpha = 0,2785$	7339,4	5520,9	18,16	115,88	-0,42	17,83	***	ОК	***	ОК	ОК
Метод Хольта з $\alpha = 0,5673$ і $\beta = 0,0155$	7059,3	5032,8	16,33	-852,91	-5,63	17,77	***	ОК	***	ОК	ОК
$ARIMA(4, 1, 3)$	4336,9	2537,3	8,08	272,59	0,93	16,91	***	ОК	***	ОК	ОК
$ARIMA(4, 1, 5)$	4268,6	2503,9	8,00	167,67	-0,33	16,93	***	ОК	***	ОК	ОК
$ARIMA(5, 1, 4)$	4273,8	2459,1	7,80	160,84	-0,35	16,93	ОК	ОК	ОК	ОК	ОК
$ARIMA(5, 0, 3)$	4360,5	2589,0	8,56	378,62	0,86	16,95	ОК	ОК	ОК	ОК	ОК
$ARIMA(3, 2, 5)$	4361,0	2443,1	7,55	-110,37	-0,41	16,95	ОК	ОК	ОК	ОК	ОК
$SARIMA(4, 1, 0) \cdot (0, 0, 1)_4$	4328,1	2717,7	8,61	511,83	1,50	16,87	ОК	*	ОК	ОК	ОК
$SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$	4278,3	2647,5	8,48	495,61	1,12	16,86	ОК	ОК	ОК	ОК	ОК
$SARIMA(5, 1, 0) \cdot (0, 0, 1)_4$	4287,7	2635,8	8,46	490,42	1,13	16,87	ОК	ОК	ОК	ОК	ОК
$SARIMA(1, 0, 1) \cdot (1, 0, 1)_4$	4394,7	2821,8	9,32	177,45	-0,14	16,87	ОК	ОК	ОК	ОК	ОК
$SARIMA(1, 0, 0) \cdot (1, 0, 1)_4$	4449,8	2871,9	9,48	139,33	-0,14	16,87	ОК	ОК	ОК	ОК	ОК

Джерело: розраховано авторами з використанням Statgraphics 19.

Позначення:

- * — модель не проходить даний тест з рівнем значущості не більшим 0,01;
- ** — модель не проходить даний тест з рівнем значущості не більшим 0,05;
- *** — модель не проходить даний тест з рівнем значущості не більшим 0,1.
- ОК — модель проходить даний тест з рівнем значущості не більшим 0,01

Враховуючи порядок диференціювання $d = 1$, визначимо параметри моделі $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$ і отримаємо рівняння:

$$\Delta x_t = c - 0,0877\Delta x_{t-1} - 0,1018\Delta x_{t-2} - 0,1329\Delta t_{t-3} + 0,9410\Delta t_{t-4} - 0,1911\varepsilon_{t-1} + 0,8612\varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t.$$

Значимо, що обрати модель виду $SARIMA$ [7] є природнім, оскільки наявні сезонні коливання з лагом 4. Тому використаємо дану модель для моделювання та прогнозування часового ряду щоквартальних значень ВВП України за 2002–2022 рр.

Прогнозування за допомогою моделі $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$

Наведемо результати прогнозування за допомогою моделі $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$ значень часового ряду щоквартальних даних ВВП України за 2002–2022 рр. на наступні 3 роки (табл. 2, рис. 5).

Таблиця 2. Результати прогнозування за допомогою моделі $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$.

Період	Прогноз	Нижні 95%	Верхні 95%
Q1.23	29049,1	20360,2	37737,9
Q2.23	30006,6	17067,9	42945,2
Q3.23	39302,6	23753,2	54852,0
Q4.23	44856,3	27609,0	62103,6
Q1.24	29036,0	9923,22	48148,8
Q2.24	29524,3	8870,1	50178,6
Q3.24	39100,6	17281,3	60919,9
Q4.24	45539,3	22923,4	68155,2
Q1.25	29048,5	5401,22	52695,7
Q2.25	29026,8	4460,42	53593,2
Q3.25	38862,1	13578,9	64145,3
Q4.25	46251,9	20495,4	72008,4

Джерело: розраховано авторами.

При прогнозуванні було змодельовано три сценарії динаміки ВВП України:

- 1) Звичайний сценарій, який описує середнє прогнозоване значення. Цей сценарій передбачає стабільне, хоч і нерівномірне зростання ВВП.
- 2) Песимістичний сценарій (нижні 95%) представляє найгірші очікування відносно економічного стану країни. В цьому випадку прогнозується, що ВВП України може падати до досить низьких рівнів, особливо у першому та другому кварталах 2025 року. Цей сценарій відображає найгірший варіант для України, у якому економіка не зможе оговтатись через війну та втратить довіру іноземних інвесторів, що загострить проблему розрахунку України за своїми борговими зобов'язаннями.

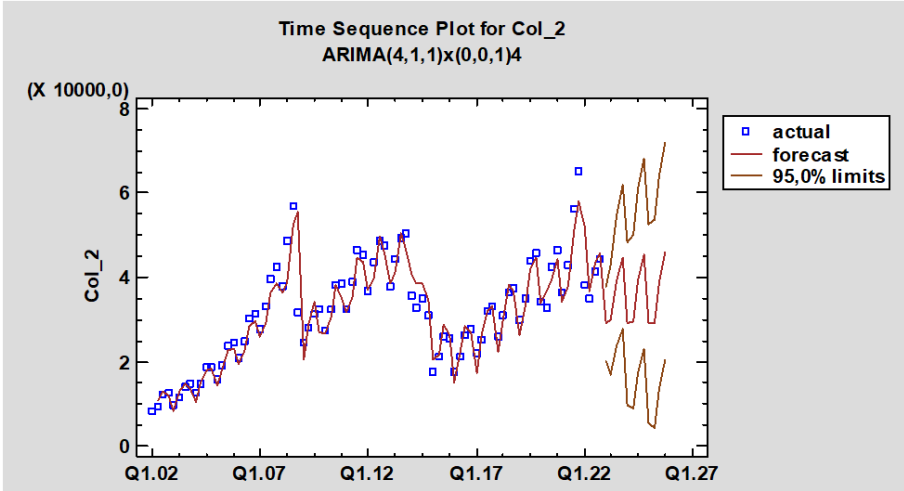


Рис. 5. Прогнозовані значення щоквартальних даних ВВП до 2025 р.

3) Оптимістичний прогноз (верхні 95%), який вказує на потенційне зростання економіки. У цьому сценарії ВВП України може досягати високих значень, наприклад як у 2025 році. Цей сценарій відображає ідеальні умови динаміки економіки, які можливі при зростанні іноземних інвестицій.

Додатково перевіримо адекватність моделі за допомогою порівняння прогнозованого значення із фактичним значенням ВВП України у 2023 році. Наведемо розрахунки в таблиці 3.

Таблиця 3. Порівняння фактичних і прогнозованих значень

Квартал	Значення у 2023 р. (млн дол. США)				Відносна похибка	
	Фактичне	Прогнозоване	Нижні 95%	Верхні 95%	Факт/прогн	Факт/верхні 95%
1 кв.	34525,2	29049,1	20360,2	37737,9	16%	9%
2 кв.	40032,7	30006,6	17067,9	42945,2	25%	7%
3 кв.	48630,7	39302,6	23753,2	54852	19%	13%
4 кв.	52829,2	44856,3	27609	62103,6	15%	18%

Джерело: розраховано авторами.

Бачимо, що фактичні значення ВВП України в 2023 р. потрапляють в діапазон довірчого інтервалу. До того ж, беручи до уваги значення відносних похибок, можна сказати, що в моделі $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$ наразі найближчим до реальної ситуації є саме оптимістичний сценарій прогнозу.

Побудова узагальненої тригонометричної моделі з використанням дискретного перетворення Фур'є з випадковими параметрами

Оскільки, було встановлено, що досліджуваний часовий ряд є періодичним, то для ряду перших різниць побудуємо тригонометричну модель 4 порядку. Вибір порядку моделі обумовлено статистично підтвердженою наявністю лагу 4.

Розглянемо модель виду:

$$x(t) = a_0 + \sum_{m=1}^4 \left(a_m \cos \cos \left(\frac{2\pi mt}{k} \right) + c_m \sin \sin \left(\frac{2\pi mt}{k} \right) \right) + e_t, \quad (1)$$

де

$$a_0 = \frac{A}{n} \sum_{t=1}^n x_t, \quad a_m = \frac{2A}{n} \sum_{t=1}^n x_t \cos \cos \left(\frac{2\pi mt}{k} \right),$$

$$c_m = \frac{2A}{n} \sum_{t=1}^n x_t \sin \sin \left(\frac{2\pi mt}{k} \right),$$

A та k — параметри моделі, які визначаються амплітудою та періодом коливань часового ряду перших різниць (x_t), e_t — випадкова похибка.

Обчисливши параметри моделі на основі статистичних даних, отримуємо модель виду:

$$x(t) = 435,55 + 3,57 \cos \cos(9,5t) - 589,43 \sin \sin(9,5t) +$$

$$+ 1761,10 \cos \cos(19t) - 2610,50 \sin \sin(19t) +$$

$$+ 237,18 \cos \cos(28,5t) + 900,90 \sin \sin(28,5t) +$$

$$+ 43,38 \cos \cos(38t) + 455,47 \sin \sin(38t).$$

На рис. 6. наведений графік емпіричних значень перших різниць часового ряду (синя крива) та значень, обчислених за допомогою узагальненої тригонометричної моделі 4-го порядку (жовта крива).

Модель виду (1) добре описує періодичні коливання даних, але не враховує можливість випадкових відхилень. Відхилення значень часового ряду ВВП України за 2002–2022 рр. відбувались внаслідок зовнішніх кризових умов: економічна криза 2008 р., агресія РФ та анексія територій України 2014 р., COVID-2019, повномасштабне вторгнення РФ 2022 р., які не підлягають моделюванню за допомогою циклів Кондратьєва, Кузнеца, Джаглера або Китчена.

Тому пропонуємо розглянути модель виду:

$$y(t) = a_0 + \sum_{m=1}^4 \left(a_m \cos \cos \left(\frac{2\pi mt}{k} \right) + c_m \sin \sin \left(\frac{2\pi mt}{k} \right) \right) + I_A \cdot \varphi(\eta)$$

$$= x(t) + I_A \cdot \varphi(\eta), \quad (2)$$

де η — випадкова величина, що має рівномірний розподіл на $[0; 1]$, $\varphi(\eta)$ — функція випадкової величини, що моделює значення випадкових відхилень

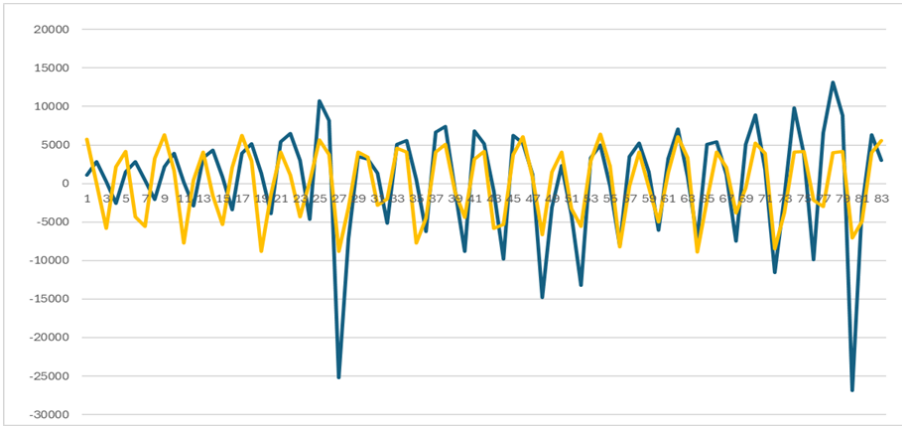


Рис. 6. Результати моделювання ряду перших різниць за допомогою моделі (1)

(збурень), I_A – індикатор появи випадкової події A (кризового явища). Подію A в обчислювальному експерименті було реалізовано за допомогою імітаційного моделювання. Значення $\varphi(\eta)$ також моделювались імітаційно для різних типів розподілу $\varphi(\eta)$ [8].

Нехай відома ймовірність або статистиична ймовірність події

$$P(A) = p, \quad 0 \leq p \leq 1.$$

В проведеному нами обчислювальному експерименті значення p приймалось рівним $\frac{3}{83} \approx 0,0361$. Значення випадкової величини η можна отримати за допомогою генератора випадкових чисел. Якщо в деякому випробуванні випадкова величина η набула деякого значення η_0 , то

$$I_A = \begin{cases} 1, & \eta_0 \in [0, p] \\ 0, & \eta_0 \in (p, 1]. \end{cases}$$

Значення функції $\varphi(\eta)$ залежать від того який тип розподілу величини випадкових відхилень розглядається. Позначимо через ξ – випадкову величину, яка має неперервний розподіл і визначає величину несистематичних відхилень часового ряду. Якщо $F_\xi(x)$ – функція розподілу ξ , то $\varphi(\eta)$ обчислюється як корінь рівняння: $F_\xi(x) = \eta$.

Ми розглянули випадок, коли ξ має рівномірний розподіл на проміжку $[-a, 0]$, $a > 0$, де a визначили як середнє значення спостережуваних відхилень часового ряду. Тоді

$$\varphi(\eta) = a(\eta - 1).$$

Результати моделювання для даного випадку наведені на рис. 7, де синя крива – емпіричні значення перших різниць часового ряду, а фіолетова – змодельовані значення.

Застосуємо модель (2) для прогнозування часового ряду. Робимо це продовжуючи часовий параметр, фіксуючи при цьому значення коефіцієнтів a_m і c_m . Отримуємо спрогнозовані значення часового ряду ВВП України в перших різницях. Для того, щоб отримати спрогнозовані значення

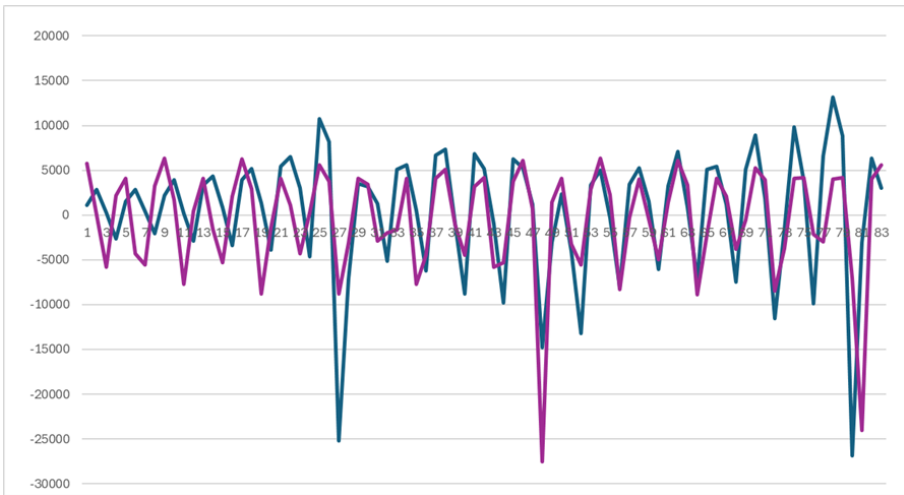


Рис. 7. Результати моделювання ряду перших різниць за допомогою моделі (2)

початкового часового ряду ВВП України треба розв’язати відповідну систему різницевих рівнянь. Отримані результати наведені у таблиці 4.

Ми розглядали два прогнози: звичайний та песимістичний, оскільки під час моделювання враховувались лише від’ємні значення випадкових відхилень, тобто моделювались саме кризові явища. Проілюструємо отримані результати на рис. 8.

Перевіримо адекватність прогнозу моделі (2) за допомогою порівняння прогнозованого значення із фактичним значенням ВВП України у 2023 році. Наведемо розрахунки в таблиці 5.

Таблиця 4. Результати прогнозування часового ряду за допомогою моделі (2)

Квартали	Прогнозовані значення ВВП України (млн дол. США)	
	Звичайний сценарій	Песимістичний сценарій
Q1.23	44115	44115
Q2.23	38724	38724
Q3.23	41212	41212
Q4.23	45355	45355
Q1.24	40561	32121
Q2.24	35051	34148
Q3.24	38503	27563
Q4.24	44780	28961
Q1.25	46163	28899
Q2.25	38753	38148
Q3.25	39501	36129
Q4.25	43569	29097

Джерело: розраховано авторами.

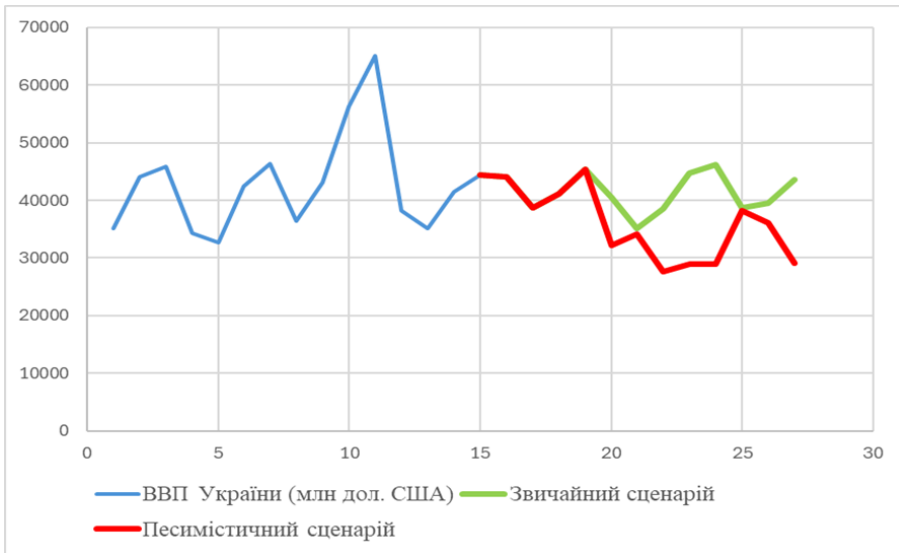


Рис. 8. Прогнозовані значення ВВП України за допомогою узагальненої тригонометричної моделі з випадковими параметрами

Таблиця 5. Порівняння прогнозованих значень

Квартали	Значення у 2023 р. (млн дол. США)		Відсоткова похибка
	Фактичне	Прогнозоване	
1 кв.	34525,2	44115	28%
2 кв.	40032,7	38724	3%
3 кв.	48630,7	41212	15%
4 кв.	52829,2	45355	14%

Джерело: розраховано авторами.

Отже, прогнозовані значення, отримані за тригонометричної моделі з випадковими параметрами для деяких кварталів є більш точними ніж, отримані за допомогою моделі $SARIMA(4, 1, 1) \cdot (0, 0, 1)_4$. Ще однією перевагою побудованої моделі є можливість імітувати наявність випадкових збурень значень часового ряду, змінювати параметри моделі та використовувати різні типи розподілів значень випадкових відхилень, що дає змогу проводити імітаційні експерименти, в яких моделюватиметься поведінка досліджуваних показників в різних умовах.

Висновки

При дослідженні багатьох реальних процесів і явищ часто виникає задача прогнозування величин, які залежать від великої кількості змінних факторів, кожен з яких має в свою чергу досить складну поведінку. Побудувати адекватні багатofакторні моделі та використати їх для прогнозування в таких випадках є складною задачею. Використання ARIMA-моделей

для моделювання і прогнозування значень часового ряду є більш перспективним. В той же час ARIMA-моделі дозволяють ефективно прогнозувати процеси, які можна змоделювати за допомогою послідовності значень деякої визначеної функції, для якої достатньо вдало підібрати параметри. Проведене дослідження застосування тригонометричної моделі з випадковими параметрами до моделювання та прогнозування часового ряду ВВП України показало, що описаний в роботі підхід може бути ефективним при дослідженні часових рядів з наявністю випадкових несистемних відхилень.

Список використаних джерел

- [1] State debt assessment and forecasting: time series analysis 2021 / F. Zhuravka et al. *Investment Management and Financial Innovations*. Vol. 18, no. 1. P. 65–75. [https://doi.org/10.21511/imfi.18\(1\).2021.06](https://doi.org/10.21511/imfi.18(1).2021.06)
- [2] Modelling and Managing the Effect of Transferring the Dynamics of Exchange Rates on Prices of Machine-Building Enterprises in Ukraine 2019 / O. Chukurna et al. *Polish Journal of Management Studies*. Vol. 19, no. 1. P. 117–129. URL: <https://doi.org/10.17512/pjms.2019.19.1.09>
- [3] Matskul V., Okara D., Podvalna N. The Ukraine and EU trade balance: prediction via various models of time series. *SHS Web of Conferences*. 2020. Vol. 73. P. 01020. URL: <https://doi.org/10.1051/shsconf/20207301020>
- [4] ВВП України за роками: графік, зростання, структура НАБУ. URL: <https://nabu.ua/ua/vvp-2.html>
- [5] Alysha De Livera, Rob J. Hyndman, Ralph Shyder. 2010. Forecasting Time Series With Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 106. P. 1513–1527. <https://doi.org/10.1198/jasa.2011.tm09771>.
- [6] Лук'яненко І. Г., Городніченко Ю. О. 2002. Сучасні економетричні методи у фінансах: навчальний посібник. Київ : Літера ЛТД, 352 с.
- [7] Artley B. Time Series Forecasting with ARIMA, SARIMA and SARIMAX. *Medium*. URL: <https://towardsdatascience.com/time-series-forecasting-with-arima-sarima-and-sarimax-ee61099e78f6>
- [8] Гук В. М. 2024. Моделювання часового ряду методом дискретного петворення Фур'є з стохастичним параметром. Матеріали XXII Міжнародної науково-практичної конференції «Шевченківська весна — 2024», 11 квітня, 2024 р., м. Київ, Україна.

References

- [1] State debt assessment and forecasting: time series analysis 2021. / F. Zhuravka et al. *Investment Management and Financial Innovations*. Vol. 18, no. 1. P. 65–75. [https://doi.org/10.21511/imfi.18\(1\).2021.06](https://doi.org/10.21511/imfi.18(1).2021.06)
- [2] Chukurna O., et al. 2019. Modelling and managing the effect of transferring the dynamics of exchange rates on prices of machine-building enterprises in Ukraine. *Polish Journal of Management Studies*, 19(1). P. 117–129. <https://doi.org/10.17512/pjms.2019.19.1.09>
- [3] Matskul V., Okara D., Podvalna N. 2020. The Ukraine and EU trade balance: prediction via various models of time series. *SHS Web of Conferences*

- rences, 73, 01020. <https://doi.org/10.1051/shsconf/20207301020>
- [4] NABU. (n.d.). Ukraine's GDP by year: chart, growth, structure. URL: <https://nabu.ua/ua/vvp-2.html>
- [5] Alysha De Livera, Rob J. Hyndman, Ralph Shyder. 2010. Forecasting Time Series With Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing. *Journal of the American Statistical Association*. Vol. 106. P. 1513–1527. <https://doi.org/10.1198/jasa.2011.tm09771>.
- [6] Lukyanenko I. G., Horodnichenko, Yu. O. 2002. Modern econometric methods in finance: a textbook. Kyiv : Litera LTD.
- [7] Artley B. (n.d.). Time series forecasting with ARIMA, SARIMA, and SARIMAX. Medium. URL: <https://towardsdatascience.com/time-series-forecasting-with-arma-sarima-and-sarimax-ee61099e78f6>.
- [8] Huk V.M. 2024, April 11. Modeling time series using the method of discrete Fourier transform with a stochastic parameter. *Proceedings of XXII International Scientific-Practical Conference "Shevchenkivska Vesna – 2024"*, Kyiv, Ukraine.